

УДК 314.38:004.942

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ РОЖДАЕМОСТИ В РОССИИ ПРИ ПОМОЩИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МНОГОФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ

Е.В. Измайлова, А.А. Мустакимов, А.А. Стариков

*Обоснована актуальность повышения уровня рождаемости РФ, подчеркнута важность данной проблемы. Рассмотрены статьи других ученых, а также подходящие математические модели. Выбран вид модели и построена линейная многофакторная модель зависимости уровня рождаемости от среднедушевого дохода населения, младенческой смертности, числа женских консультаций, охвата детей общим образованием, выбросов загрязняющих веществ, величины прожиточного минимума, числа пенсионеров и числа детских заболеваний. Произведен прогноз факторов и реакции системы на 3 года. На основании данного прогноза выявлены закономерности между изменением управляемых и неуправляемых факторов и реакции системы. Ключевые слова:* Рождаемость, социально-экономические факторы, Трендовая модель, авторегрессионная модель, линейно-многофакторная модель, модель в пространстве состояний, корреляция, прогнозирование, реакция системы, постпрогноз.

Человек прошел долгий путь: от примитивного существа до всесторонне-развитого человека со «свободной индивидуальностью». Человек изучает и изменяет себя и окружающий мир, создаёт культуру и собственную историю, является важным “ресурсом” в развитии любой страны. Первостепенным критерием, влияющим на количество людей есть, и будет рождаемость. Для нашей страны он является наиболее важным, поскольку, обладая огромной территорией и большим количеством ресурсов Россия занимает 178 место в рейтинге стран по уровню рождаемости [1].

До 2014 года уровень рождаемости в нашей стране рос, однако за последние несколько лет прослеживается явное падение. В период 2016-2017 годов рождаемость в стране упала примерно на 10.5% [2]. Актуальность данной проблемы подчеркнул и президент Российской Федерации В.В. Путин. Он признал спад рождаемости по сравнению с предыдущим годом [3], а также призвал к активной исследовательской работе, направленной на решение проблем повышения рождаемости и понижения смертности населения [4]. Т.М. Дадаева в своей статье [5] выделяет основными причинами падения рождаемости ориентированность на бездетность и малодетность и связывает это с плохими экономическими условиями, частности низкую зп и отсутствие жилья. Н.В. Зверева в своей статье [6] считает, что лучшим способом повышения рождаемости является комплексный подход, учитывающий изменения в сферах политики, образования и области занятости. *Dragan Miljkovica, Anna Glazyrina* в своей статье [7] рассматривают долгосрочное и кратковременное влияние изменения в социальной политике, а в частности влияние федерального закона "О дополнительных мерах государственной поддержки семей с детьми" на общий уровень рождаемости в стране.

К числу возможных решений данной проблемы можно отнести как кардинальные меры (изменение в структуре здравоохранения, образования и т.п.), так и менее радикальные (повышение социальных выплат, увеличение уровня доходов, улучшение уровня здравоохранения и жилищных условий и т.п.).

Целью данной работы является исследование влияния социально-экономических факторов на показатели рождаемости в Российской Федерации.

Одним из методов исследования социально-экономических систем является построение моделей. Модели описывают зависимость некой выходной величины от одного или нескольких входных значений, называемых факторами. Все модели делятся на факторные и бесфакторные. Рассмотрим некоторые из них:

1. Трендовая модель – прогнозирует изменение реакции системы на отдаленный момент времени, бесфакторная модель [8];
2. Авторегрессионная модель (АВРМ) – бесфакторная модель временных рядов, в

которой значения временного ряда в данный момент линейно зависят от предыдущих значений этого же ряда [9];

3. Линейная многофакторная модель (ЛММ) – позволяет дать количественную оценку влияния различных факторов в их взаимосвязи на значение реакции системы [10];

4. Модель в пространстве состояний – модель с переменными состояниями для каждого из которых своя реакция системы. Состояние – некоторый набор значений входных факторов [11].

Наиболее подходящими моделями для прогнозирования являются факторные модели, поскольку они позволяют исследовать управление. Процесс прогнозирования включает в себя следующие этапы:

- Выбор факторов и их значений, а также значений реакции системы;
- Нормирование полученных данных;
- Корреляционный анализ;
- Выбор модели;
- Прогнозирование;
- Анализ модели и проверка ее на адекватность;

В качестве реакции системы выберем  $y$  – количество родившихся (тыс.чел.). В качестве факторов выберем  $x_1$  – среднедушевой доход населения (руб),  $x_2$  – младенческая смертность (чел.),  $x_3$  – число женских консультаций (тыс.),  $x_4$  – охват детей общим образованием,  $x_5$  – выброшено загрязняющих веществ в атмосферу (тыс. тонн),  $x_6$  – величина прожиточного минимума (руб.),  $x_7$  – число людей пенсионного возраста (чел.),  $x_8$  – заболеваемость детей в возрасте 0-14 лет (тыс. чел.). Статистические данные находятся в общем доступе на официальном сайте Росстата [2].

Таблица 1 - Статистические данные

Год / значения	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
$y$	1610	1714	1762	1789	1797	1902	1896	1943	1940	1889	1690
$x_1$	12459	14863	16895	22456	20780	23221	25928	27766	30467	30747	30917
$x_2$	14858	14436	14271	13405	13168	16036	15477	14322	12664	11428	9577
$x_3$	11,5	11,7	11,7	17	16,3	18,4	17,8	17,8	14,3	17,4	18,1
$x_4$	93,2	95,3	97,1	98,5	99,6	100,3	100,2	100,8	100,5	101,1	99,6
$x_5$	35532	33952	32754	32353	32628	32469	32063	31228	31269	31617	32068
$x_6$	3847	4563	5153	5688	6369	6510	7306	8050	9701	9828	10088
$x_7$	29732	30161	30541	31186	31808	32433	33099	33789	35163	35968	36658
$x_8$	38140	38294	41302	40903	42056	42548	43155	44158	43843	44832	44919

Проведем нормирование вышеуказанных данных для исключения влияния размерности по формуле:

$$y_{\text{норм.}} = \frac{y(t) - \min_t(y(t))}{\max_t(y(t)) - \min_t(y(t))},$$

где  $\min_t y(t)$  – минимум среди набора значений реакции системы, а  $\max_t y(t)$  – максимум из набора. Аналогичным образом нормируются факторы.

Проведем корреляционный анализ для исключения факторов с высокой взаимной корреляцией, а также факторов с низкой корреляцией с реакцией системы из ЛММ:

$$r_{xy} = \frac{\sum((x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}))}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

где  $x_i$  – значения переменной  $x$ ,  $y_i$  – значения переменной  $y$ ,  $\bar{y}$  – среднее значение критерия  $y$ ,  $\bar{x}$  – среднее значение фактора  $x$ , рассчитывающееся по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k,$$

Таблица 2 - Корреляционный анализ

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
x1	1	-0,5574	0,7525	0,8878	-0,8842	0,9704	0,9548	0,951
x2		1	-0,2082	-0,2712	0,3424	-0,6707	-0,6897	-0,5043
x3			1	0,8318	-0,6885	0,6250	0,6416	0,7577
x4				1	-0,9452	0,805	0,7635	0,916
x5					1	-0,8069	-0,7475	-0,8924
x6						1	0,9914	0,9314
x7							1	0,9177
x8								1
y	0,6552	0,1610	0,5647	0,8412	-0,8241	0,5426	0,4681	0,6579

В результате исключили из набора факторов “Среднедушевой доход населения (руб.)” ( $x_1$ ) и “Число людей пенсионного возраста (чел.)” ( $x_7$ ) из-за большой взаимной корреляцией с другими факторами.

Построим линейную многофакторную модель нашей системы по формуле:

$$y(\bar{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n b_i * x_i(t),$$

где  $a_0$  – независимый коэффициент,  $b_i$  – коэффициент влияния  $x_i(t)$  на  $y(t)$ ,  $x_i(t)$  – значение фактора. Коэффициенты искали при помощи метода наименьших квадратов:

$$S = \sum_{t=1}^n (y_M - y_э)^2 \rightarrow \min,$$

где  $y_M$  – значение реакции системы,  $y_э$  – экспериментальное значение.

В результате были получены следующие коэффициенты:  $a_0 = -0,1784$ ,  $a_2 = 0,7285$ ,  $a_3 = -0,2177$ ,  $a_4 = 0,8877$ ,  $a_5 = -0,4506$ ,  $a_6 = 0,5986$ ,  $a_8 = -0,522$ .

Из полученных коэффициентов следует, что факторы  $x_2$  и  $x_4$  имеют наибольшее влияние на модель, что не противоречит здравому смыслу. Высокий уровень образования и большой уровень доход населения усиливают веру в светлое будущее и стимулируют рождаемость, а, в свою очередь, младенческая смертность, наоборот, снижает показатели рождаемости. Квадратичная погрешность аппроксимации составила  $S = 0,0313$ , а значит модель можно использовать для проведения прогноза.

Проверим другие распространенные модели на возможность прогнозирования.

Построим трендовую модель (Рис. 1) по формуле:

$$y(t) = a + b * t,$$

где  $a$  – свободный коэффициент,  $b$  – коэффициент ежегодного изменения реакции системы.

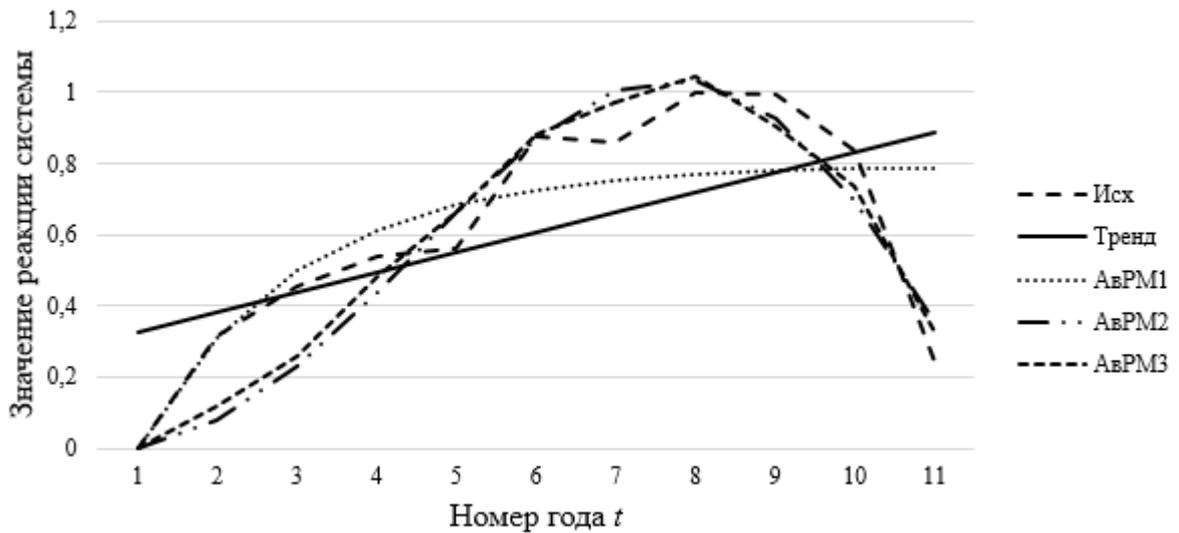


Рисунок 1 - Исходные данные, линия тренда и АВРМ

С помощью мастера поиска решений *MS Excel*, были получены следующие коэффициенты:  $a = 0,2718$ ,  $b = 0,0559$ . По графику видно, что линия тренда не отражает характер системы (график тренда растет, тогда как исходный график падает).

Построим авторегрессионные модели 1-го, 2-го и 3-го порядка по следующей формуле:

$$y(t_i) = a + \sum_j^N a_j y(t_{i-j}),$$

где  $a$  - независимый коэффициент,  $a_j$  - коэффициенты влияния  $i-j$ -го расчетного значения критерия системы,  $N$  - порядок.

Получили следующие коэффициенты:

- Для 1-го порядка –  $a_0 = 0,3091$ ,  $a_1 = 0,6101$ , и квадратичная погрешность составила  $S = 0,4586$  (Линия АВРМ1 на Рис. 1).
- Для 2-го порядка –  $a_0 = 0,0776$ ,  $a_1 = -1,1619$ ,  $a_2 = 1,955$ , и квадратичная погрешность составила  $S = 0,1872$  (Линия АВРМ2 на Рис. 1).
- Для 3-го порядка –  $a_0 = 0,1202$ ,  $a_1 = -1,3964$ ,  $a_2 = 1,1414$ ,  $a_3 = 0,8667$ , и квадратичная погрешность составила  $S = 0,1307$  (Линия АВРМ3 на Рис. 1).

По графику видно (Рис. 1), что АВРМ 2-го и 3-го порядка неплохо аппроксимирует нашу модель. Погрешности аппроксимаций большие, однако поскольку нас также интересует возможность управления нашей системой, бесфакторные модели нам не подходят.

Построим модель в пространстве состояний по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} x'(n+1) &= a + b \cdot x'(n) \\ y(n) &= c + d \cdot x(n), \end{aligned}$$

где  $x'$  – вектор состояния,  $a$  – вектор функции перехода,  $b$  – матрица перехода,  $c$  и  $d$  – векторы функции выхода.

После проведения расчетов была получена квадратичная аппроксимация  $S = 0,0701$ . Значение получилось немного больше, чем у ЛММ. Чтобы окончательно определиться с выбором модели, применим метод постпрогноза [12]. Суть метода заключается в расчете реакции системы без учета нескольких последних лет. Дальнейшее сравнение результатов этих прогнозов и реальных данных позволит оценить погрешность прогнозируемой реакции

системы.

Для факторных моделей (линейной многофакторной и модели в пространстве состояний) рассчитаем постпрогнозы и построим графики (Рис. 2 и Рис. 3).

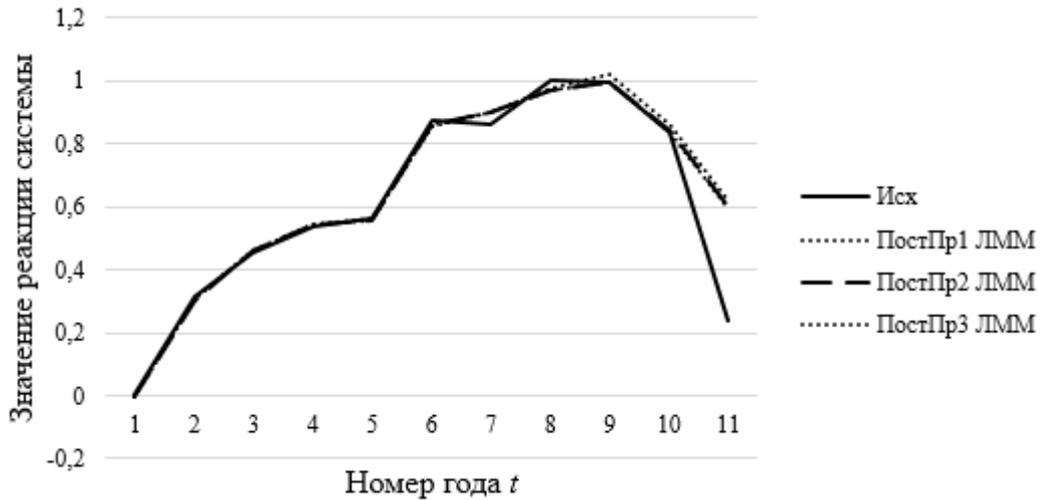


Рисунок 2 - Постпрогноз ЛММ

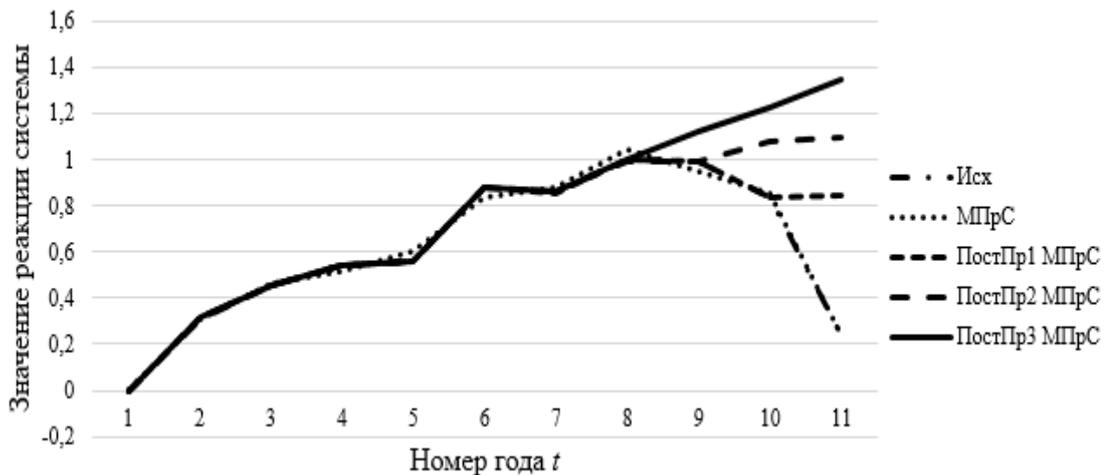


Рисунок 3 - Постпрогноз МПС

Для сравнения в таблицу [Таблица 3] были занесены абсолютные погрешности метода в зависимости от интервала времени:

Таблица 3 - Абсолютные погрешности моделей

Модель(Лет постпрогноза)	ЛММ	ЛММ(1)	ЛММ(2)	ЛММ(3)	МПС	МПС(1)	МПС(2)	МПС(3)
Невязка	0,0313	0,003	0,003	0,0029	0,0701	0,2301	0,0305	0,0
Погрешность	0,0801	0,3537	0,3613	0,3823	0,0014	0,6048	0,8572	1,1043

Из приведенной таблицы можно сделать вывод, что прогнозные свойства ЛММ в разы лучше, чем у МПС. Даже несмотря на то, что постпрогноз МПС на 3 года дает малую квадратичную погрешность, прогнозируемое значение реакции системы отличается от известного более чем в два раза. ЛММ в свою очередь имеет малые погрешности на все года постпрогноза, а абсолютная погрешность метода не превышает 38%. Следовательно, выбираем линейную многофакторную модель.

Для дальнейшей работы необходимо спрогнозировать факторы. Для ЛММ прогноз

факторов производится при помощи трендовой модели, построенной по ретроспективе (несколько последних значений факторов). После построения линии тренда необходимо определить характер зависимости (выбор производится по квадратичному рассогласованию). После проведения расчетов было получено, что характер зависимости факторов от времени близок к линейному. Далее определим управляемые и неуправляемые факторы. В качестве управляемых факторов были выбраны  $x_4$  (охват детей общим образованием) и  $x_8$  (заболеваемость детей в возрасте 0-14 лет), поскольку государство может напрямую воздействовать на сферу образования и здравоохранения (например, увеличивая количество инвестируемых денег), а в качестве неуправляемых  $x_2$  (младенческая смертность) и  $x_5$  (выброшено загрязняющих веществ).

Если объект предоставить самому себе, то согласно прогнозу, через три года уровень рождаемости упадет примерно на 19%, что в целом ожидаемо. Уровень жизни в России, по сравнению с другими европейскими странами, оставляет желать лучшего. Огромная разница в уровнях доходов разных групп населения, проблемы с жильем, образованием и здравоохранением – все это ведет к нежеланию заводить детей.

Спрогнозируем реакцию системы на изменение неуправляемых факторов на некоторое значение:

Таблица 4. Изменение неуправляемых факторов

$x_2 \setminus x_5$	-10%	0%	+10%
-10%	-0,1257	-0,1367	-0,1593
0%	-0,1748	-0,1917	-0,2085
+10%	-0,224	-0,2408	-0,2577

Наихудшее значение было достигнуто при изменении  $x_2$  и  $x_5$  на +10% и составило -0,2577.

Исследуем возможность противодействия влиянию внешних факторов посредством изменения управляемых факторов на некоторое значение.

Таблица 5 - Изменение управляемых факторов

$x_8 \setminus x_4$	-10%	0%	+10%
-10%	-0,2647	-0,1979	-0,131
0%	-0,3245	-0,2577	-0,1908
+10%	-0,3844	-0,3175	-0,2507

Наилучшее значение было достигнуто при изменении  $x_4$  на +10%, а  $x_8$  на -10%. Полученные результаты адекватны; при увеличении младенческой смертности падает рождаемость, что логично. Увеличение выбросов напрямую воздействует на здоровье человека, тем самым уменьшая рождаемость. Увеличение же учебных мест, а также уменьшение детской заболеваемости говорит об улучшении качества образования и здравоохранения, а это, в свою очередь, влечет за собой увеличение рождаемости. Спрогнозированное значение при изменении факторов составило -0,131, оно меньше, чем полученное если объект предоставить самому себе. Это значит, что при малых изменениях управляемых факторов есть возможность улучшить развитие системы несмотря на любые негативные влияния внешней среды и ЛПП в состоянии развивать рассматриваемую социально-экономическую систему. Т.к. цель данной работы заключалась в исследовании влияния социально-экономических факторов на показатели рождаемости в России с учетом влияния рассмотренных факторов, то можно считать, что цель достигнута.

### Список литературы

1. Список стран по уровню рождаемости [Электронный ресурс] – <https://nonews.co/directory/lists/countries/birth>
2. Росстат: Рождаемость, смертность и естественный прирост [Электронный ресурс] – [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/population/demo/demo21.xls](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/demo/demo21.xls)
3. В.В. Путин о снижении рождаемости в России в начале 2017 года [Электронный ресурс] – <https://www.rbc.ru/society/19/06/2017/5947d6989a7947533bab3475>
4. В.В. Путин призвал стимулировать рождаемость в России [Электронный ресурс] – <https://iz.ru/676425/2017-11-28/putin-prizval-stimulirovat-rozhdaemost-v-rossii>
5. Дадаева Т.М. Причины падения рождаемости: Россия и Запад // Региональная дифференциация и консолидация социального пространства России: реалии и новые вызовы. - Саранск: Государственное казенное учреждение Республики Мордовия “Научный центр социально-экономического мониторинга”, 2015. - С. 170-174.
6. Зверева Н.В. Вызовы и пути решения проблем рождаемости в России // Моделирование демографического развития и социально-экономическая эффективность реализации демографической политики России. - М.: Издательство “Экономическое образование”, 2015. - С. 282-288.
7. Dragan Miljkovic, Anna Glazyrina The impact of socio-economic policy on total fertility rate in Russia // Journal of Policy Modeling Volume 37, Issue 6. Elsevier BV, 2015. - С. 961-973.
8. Затонский А.В., Янченко Т.В. Метод управления развитием социального ресурса региона на основе регрессионно-дифференциального моделирования // Управление большими системами: сборник трудов. 2015. № 54. С. 86-113.
9. Авторегрессионная модель [Электронный ресурс] – <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1718810>
10. Затонский А.В., Сиротина Н.А., Янченко Т.В. Об аппроксимации факторов дифференциальной модели социально-экономической системы // Современные исследования социальных проблем (электронный научный журнал). 2012. № 11. С. 6.
11. Гераскина И.Н., Затонский А.В. Моделирование тренда инвестиционной и строительной деятельности российской федерации // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 11 (110). С. 1229-1239.
12. Geraskina I.N., Petrov A.A. Modeling of the investment and construction trend in Russia // International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET) . Volume 8, Issue 10, October 2017, pp. 1432–1447.

### Сведения об авторах

Измайлова Елена Владимировна (Березники, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизация технологических процессов», Березниковский филиал Пермского национального исследовательского политехнического университета (618404, г.Березники, ул. Тельмана, 7, e-mail: [loko87@inbox.ru](mailto:loko87@inbox.ru)).

Мустакимов Альберт Андреевич (Березники, Россия) – студент, Березниковский филиал Пермского национального исследовательского политехнического университета (618404, г.Березники, ул. Тельмана, 7, e-mail: [mustakimov.99@gmail.com](mailto:mustakimov.99@gmail.com)).

Стариков Андрей Александрович (Березники, Россия) – студент, Березниковский филиал Пермского национального исследовательского политехнического университета (618404, г.Березники, ул. Тельмана, 7, e-mail: [andrey.starikov.98@mail.ru](mailto:andrey.starikov.98@mail.ru)).

UDC 314.38:004.942

## RESEARCH OF THE POSSIBILITY OF INCREASING THE LEVEL OF FERTILITY IN RUSSIA BY MEANS OF MATHEMATICAL MULTIFACTOR MODELS

E. V. Izmailova, A. A. Mustakimov, A. A. Starikov

*The urgency of increasing the birth rate in Russia and the importance of this problem is justified. Articles by other scientists and suitable mathematical models are discussed. The type of model is chosen and a linear multifactorial model of dependence of the birth rate on the average per capita income of the population, infant mortality, the number of women's consultations, the coverage of children with general education, emissions of pollutants, the subsistence minimum, the number of pensioners and the number of children's diseases. Forecast of factors and system response for 3 years is made. Based on this prediction, the patterns between changes in controllable and uncontrollable factors and system response are identified.*

*Keywords:* Fertility, socio-economic factors, Trend model, autoregressive model, linear-multifactor model, state space model, correlation, forecasting, system response, post-prediction.

### References

1. Spisok stran po urovnyu rozhdaemosti [Elektronnyj resurs] – <https://nonews.co/directory/lists/countries/birth>
2. Rosstat: Rozhdaemost', smertnost' i estestvennyj prirost [Elektronnyj resurs] – [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/population/demo/demo21.xls](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/demo/demo21.xls)
3. V.V. Putin o snizhenii rozhdaemosti v Rossii v nachale 2017 goda [Elektronnyj resurs] – <https://www.rbc.ru/society/19/06/2017/5947d6989a7947533bab3475>
4. V.V. Putin prizval stimulirovat' rozhdaemost' v Rossii [Elektronnyj resurs] – <https://iz.ru/676425/2017-11-28/putin-prizval-stimulirovat-rozhdaemost-v-rossii>
5. Dadaeva T.M. Prichiny padeniya rozhdaemosti: Rossiya i Zapad // Regional'naya differenciaciya i konsolidaciya social'nogo prostranstva Rossii: realii i novye vyzovy. - Saransk: Gosudarstvennoe kazennoe uchrezhdenie Respubliki Mordoviya “Nauchnyj centr social'no-ekonomicheskogo monitoringa”, 2015. - S. 170-174.
6. Zvereva N.V. Vyzovy i puti resheniya problem rozhdaemosti v Rossii // Modelirovanie demograficheskogo razvitiya i social'no-ekonomicheskaya effektivnost' realizacii demograficheskoy politiki Rossii. - M.: Izdatel'stvo “Ekonomicheskoe obrazovanie”, 2015. - S. 282-288.
7. Dragan Miljkovic, Anna Glazyrina The impact of socio-economic policy on total fertility rate in Russia // Journal of Policy Modeling Volume 37, Issue 6. Elsevier BV, 2015. - S. 961-973.
8. Zatonskij A.V., YAnchenko T.V. Metod upravleniya razvitiem social'nogo resursa regiona na osnove regressionno-differencial'nogo modelirovaniya // Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov. 2015. № 54. S. 86-113.
9. Avtoregressionnaya model' [Elektronnyj resurs] – <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1718810>
10. Zatonskij A.V., Sirotina N.A., YAnchenko T.V. Ob approksimacii faktorov differencial'noj modeli social'no-ekonomicheskoy sistemy // Sovremennye issledovaniya social'nyh problem (elektronnyj nauchnyj zhurnal). 2012. № 11. S. 6.
11. Geras'kina I.N., Zatonskij A.V. Modelirovanie trenda investicionnoj i stroitel'noj deyatel'nosti rossijskoj federacii // Vestnik MGSU. 2017. T. 12. № 11 (110). S. 1229-1239.
12. Geraskina I.N., Petrov A.A. Modeling of the investment and construction trend in Russia // International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET) . Volume 8, Issue 10, October 2017, pp. 1432–1447.

### **About the authors**

Elena V. Izmaylova (Berezniki, Russian Federation) – Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Berezniki branch of Perm National Research Polytechnic University (618404, 7, Thalmann street, Berezniki, Perm region, Russian Federation, e-mail: [loko87@inbox.ru](mailto:loko87@inbox.ru)).

Albert A. Mustakimov (Berezniki, Russian Federation) – Student of Berezniki branch of Perm National Research Polytechnic University (618404, 7, Thalmann street, Berezniki, Perm region, Russian Federation, e-mail: [mustakimov.99@gmail.com](mailto:mustakimov.99@gmail.com)).

Andrey A. Starikov (Berezniki, Russian Federation) – Student of Berezniki branch of Perm National Research Polytechnic University (618404, 7, Thalmann street, Berezniki, Perm region, Russian Federation, e-mail: [andrey.starikov.98@mail.ru](mailto:andrey.starikov.98@mail.ru)).